

Prof. Dr. Alfred Toth

Semiotische syntaktische Kategorien

1. Wir beziehen uns bei der folgenden Idee auf den Begriff der syntaktischen Kategorie als Leerstelle, wie sie von Ajdukiewicz (1935) eingeführt und später vor allem in der Montague-Grammatik für syntaktische Strukturen einerseits und für Ausdrücke der intensionalen Semantik andererseits Verwendung gefunden hatte (vgl. Montague/Schnelle 1972, S. 18 ff., 23 ff.).

2. Ein Ausdruck wie

$$y = f(x)$$

ist insofern doppeldeutig, als sowohl die ganze Funktion als auch der Funktionswert mit y bezeichnet werden. Dem kann abgeholfen werden, indem man definiert: Eine Funktion ist dasjenige, was, angewandt auf x , y ergibt. Dann ist also die freie Variable x das Erste, die abhängige Variable (der Funktionswert) y das Zweite, und die ganze Funktion das Dritte. Mittels kategorialen Denken kann man also in Sonderheit die triadischen Strukturen hinter den binären (dichotomischen) mathematischen Formulierungen rekonstruieren. Die kategoriale Darstellung von $y = f(x)$ ist also $\langle x, y \rangle$.

3. Entsprechend kann man nun die Subzeichen definieren:

$$(a.b) = \langle \langle c.d \rangle, \langle e.f \rangle \rangle$$

Z.B.

$$(1.1) = \langle \langle 1.2 \rangle, \langle 1.3 \rangle \rangle, \text{ d.h.}$$

explizit:

$$(1.1) = \langle \langle x \rangle, \langle 1.2 \rangle, \langle 1.3 \rangle \rangle,$$

und unter Berücksichtigung der „verschachtelten Relationen“:

$$(1.1) = \langle \langle x \rangle, \langle \langle 1.2 \rangle, \langle 1.3 \rangle \rangle \rangle.$$

Die verschachtelte Notation funktioniert allerdings nur bei expliziter Notation, d.h. wenn der Platz des betreffenden x angegeben wird. Andererseits ist die kategoriale Bestimmung des x natürlich eineutig, solange sich der kategoriale Ausdruck auf eine Trichotomie bzw. Triade bezieht.

Allerdings ist natürlich auch die folgende Definition möglich:

$$(1.1) = \langle \langle x \rangle, \langle 2.1 \rangle, \langle 3.1 \rangle \rangle,$$

bzw.

$$(1.1) = \langle \langle x \rangle, \langle \langle 2.1 \rangle, \langle 3.1 \rangle \rangle \rangle.$$

In der Terminologie von Toth (2009) bezieht sich also die erste Definition auf (1.1) als Element der trichotomischen, die zweite auf (1.1) als Element der triadischen Peirce-Zahlen. TdPZ sind damit definiert als die Menge aller $(a'.b)$, für die gilt: $a' > a$. TtPZ sind entsprechend definiert als die Menge aller $(a.b')$, für die gilt: $b' > b$. Da somit ein Subzeichen bei tdPz als auch ttPz nur der Nachfolger des triadischen ODER trichotomischen Vorgängerwertes, nicht aber von beiden, sein kann, wurden in Toth (2009) noch die diagonalen Peirce-Zahlen (dPz) eingeführt. Damit bekommen wir eine dritte Definition:

$$(1.1) = \langle \langle x \rangle, \langle 2.2 \rangle, \langle 3.3 \rangle \rangle,$$

bzw.

$$(1.1) = \langle \langle x \rangle, \langle \langle 2.2 \rangle, \langle 3.3 \rangle \rangle \rangle.$$

Damit kann man also sagen, dass jedes nicht-genuine Subzeichen der semiotischen Matrix nicht nur als eine Kategorie im Sinne der logischen Kategorietheorie eingeführt werden kann, sondern als eine Menge von 2 Kategorien, die je nachdem Elemente der tdPz oder der ttPz sind. Bei den genuine Subzeichen sind es sogar 3 Kategorien, d.h. zusätzlich von diagPz.

Bibliographie

Ajdukiewicz, Kazimierz, Die syntaktische Konnexität. In: Studia Philosophia 1, 1935, S. 1-27

Montague, Richard/Schnelle, Helmut, Universale Grammatik. Braunschweig 1972

Toth, Alfred, Kleine Peirce-Zahlen-Arithmetik. In: EJMS <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Kl.%20Peirce-Z-Arithm..pdf>

25.2.2010